



# Voorwoord

Met veel trots presenteren wij u het programma voor de NWD 2016. Ook deze 22e keer hebben wij, met veel plezier, mooie, uitdagende en creatieve bijdragen weten op te sporen. Wij zijn daarbij zoals gebruikelijk geholpen door een deskundige en enthousiaste programmacommissie.

In 2014 ging de film “The Imitation Game” in première. Deze film vertelt het verhaal over het leven en het werk van één van de grootste helden uit de Britse geschiedenis, Alan Turing. De kraak van de Duitse Enigma-code danken wij aan hem. De wiskundige, bioloog en informaticus Turing blijkt een mooie inspiratie voor een themalijn die wordt afgesloten met de plenaire lezing van Bennie Mols. Wij kennen Bennie Mols als wetenschapsjournalist en auteur van “Opgelost” en “Succesformules” met mooie en leuke toepassingen van wiskunde.

Voor de openingslezing hebben we Bettina Speckmann uitgenodigd. In 2012 was zij al bij de NWD, met de Jonge Akademie on Wheels. Dit keer zal ze ingaan op de wiskunde achter geometrische visualisaties van geografische informatie. De vrijdagavondlezing zal worden verzorgd door Mike Naylor, een wiskundige artiest die steeds op zoek is naar mooie creatieve aspecten van ons vak. Een mooie start van een avond, die zoals altijd wordt voortgezet met ontspannen wiskunde in spel, film en muziek

Naast de plenaire lezingen zijn er ook dit jaar veel inspirerende en mooie lezingen in parallelsessies en zetten we u weer graag aan het werk in de workshops. De semi-plenaire lezingen worden verzorgd door niemand minder dan Eric Broug, Jan van de Craats, Vincent Icke, Duco van Straten en Pieter Moree. De keuze zal niet makkelijk worden. Tijdens de dagen is er volop gelegenheid om in gesprek te komen met collega’s en te genieten van de vele activiteiten, zoals het strooien van een zandtapijt door Elvira Wersche en interactieve elementen uit de tentoonstelling Imaginary, die u uitdagen tot het ontwerpen van prachtige figuren.

Wij wensen u veel plezier bij de voorbereiding en hopen dat de Nationale Wiskunde Dagen u veel nieuwe energie en ideeën opleveren voor het jaar 2016.

Joke Daemen  
Saskia Klaasing  
Susanne Tak  
Mariozee Wintermans



# Organisatorische mededelingen

De Nationale Wiskunde Dagen worden gehouden in NH Leeuwenhorst Hotel, Langelaan 3, 2211 XT te Noordwijkerhout. Alle activiteiten vinden plaats onder één dak. U bent welkom op vrijdagochtend 5 februari vanaf 9:00 uur. Bij aankomst kunt u uw bagage kwijt in de daartoe aangewezen bagagekamers of in de bagagelockers. Vanaf de lunch kunt u de sleutels voor uw kamer ophalen bij de receptie van NH Leeuwenhorst.

De NWD vindt plaats in de Boston-, Cambridge-, Sorbonne-, en Harvardzalen. Zie de plattegrond achteraan dit boekje. De restaurants – Dalí en Gaudí – zijn links en rechts van de centrale bar. Deze bar bevindt zich achter de receptie bij de hoofdingang.

## *Busservice*

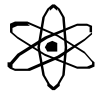
Voor de treinreizigers is er een busservice geregeld. Er rijdt een extra bus naar de Leeuwenhorst (fa. Beuk). Deze vertrekt om 10:05 uur vanaf station Leiden – uitgang Centrum. Let op: dit is niet de reguliere Leeuwenhorst Express.

Zaterdagmiddag na de lunch kunt u met de bus terug naar station Leiden. De buskaart (retour à 5 euro) koopt u in NH Leeuwenhorst bij het secretariaat van de NWD.

## *Programmaoverzicht*

**Het detailschema van de parallelsessies kunt u vinden op de binnenkant van dit boekje.** Het globale schema van de NWD is als volgt: er zijn drie plenaire lezingen en vier blokken parallelsessies. Blok 2 is voornamelijk gereserveerd voor werkgroepen van 90 minuten.

Als voor het volgen van een sessie gevorderde wiskundige kennis nodig is uit de bovenbouw van het voortgezet onderwijs (differentiaalrekening, analytische meetkunde...), dan staat het hiernaast afgebeelde icoon bij de beschrijving.



## *Inschrijving werkgroepen*

Voor alle parallelsessies kunt u zich van tevoren inschrijven via de NWD-website: **[www.uu.nl/onderwijs/nationale-wiskunde-dagen](http://www.uu.nl/onderwijs/nationale-wiskunde-dagen)**. De voorintekeningen worden in volgorde van binnenkomst verwerkt. Let op: vol=vol. Voorintekenen kan tot en met woensdag 27 januari.

Op de inschrijffijsten die in NH Leeuwenhorst worden opgehangen, en op uw badge, kunt u zien of u geplaatst bent in de sessie van uw keuze.

## *Lezingen en zalen*

Alle plenaire lezingen worden gehouden in het Atrium. De zaalindeling van de parallelsessies wordt ter plekke bekend gemaakt.

## *Secretariaat*

Het secretariaat van de NWD bevindt zich in Boston 10, vanaf de hoofdingang links. Het secretariaat is gedurende de conferentie vrijwel continu open en u kunt er met al uw vragen en opmerkingen terecht.

### *Overige activiteiten*

In verschillende zalen en op de gangen is een informatiemarkt met stands van instanties die zich op een of andere wijze met wiskunde of wiskundeonderwijs bezighouden.

Het vrijdagavondprogramma speelt zich af rondom Boston 9, het Atrium en B19. Daar kunt u muziek luisteren, spellen spelen, quizzen, film kijken of naar de tentoonstelling gaan. U ontvangt ter plekke een actueel overzicht met de locaties.

U kunt vanaf 17:00 munten kopen voor drankjes 's avonds en bij het diner.

Let op: er is geen pinautomaat in de Leeuwenhorst.

Ontbijt, lunches en diner vinden plaats in de restaurants van NH Leeuwenhorst.

# Plenaire Lezingen

## Rectangular Cartograms

Bettina Speckmann

*TU Eindhoven*

vrijdag 11:30 - 12:15 uur

Prof. Bettina Speckmann is het hoofd van de groep Toegepaste Geometrische Algoritmes (Applied Geometric Algorithms) bij de faculteit Wiskunde en Informatica aan de Technische Universiteit Eindhoven. Ze houdt zich in haar onderzoek bijvoorbeeld bezig met zogeheten cartogrammen. Cartogrammen zijn een nuttige en intuïtieve manier om statistische gegevens te visualiseren over een reeks gebieden zoals landen, staten of provincies. De grootte van een gebied in een cartogram correspondeert met een bepaalde geografische variabele.

Bijvoorbeeld, in een cartogram van populatie zijn de afmetingen van de regio's (gemenen als oppervlakte) evenredig met de populatie. Omdat regio's nu niet meer hun ware grootte hebben, kunnen ze doorgaans niet zowel hun oorspronkelijke vorm als hun (relatieve) positie ten opzichte van andere regio's behouden. Hoe kun je er toch voor zorgen dat de kaart intuïtief begrijpelijk blijft?

Bettina's presentatie behandelt de algoritmiek die nodig is om een bepaald soort cartogrammen, rectangular cartograms, waarin elk gebied getoond wordt als een rechthoek, automatisch te construeren. Daarbij passeren zowel de benodigde wiskunde, zoals de traliestructuur van rechthoeksinbeddingen, als de meer praktische methoden om rectangular cartograms met een kleine cartografische fout te genereren, de revue.

## Mathematics: the art of thinking

Mike Naylor

*Mathematical Artist, Teacher, Researcher,*

*Trondheim, Norway*

vrijdagavond 20.15 - 21.15

We should learn mathematics because it is a useful tool, it helps us think, helps us contribute to a democratic society, and because mathematics is aesthetic. Unfortunately traditional mathematics teaching rarely meets these needs. We will discuss mathematical art and creative projects, show how certain projects in the classroom can develop creativity in mathematics, and give practical methods



for teachers to have success teaching mathematical creativity in the classroom

## Wie kraakt het Enigma van Alan Turing?

Bennie Mols

*Freelance wetenschapsjournalist, auteur en spreker*

zaterdag 11:45 - 12:30 uur

“Een mens met papier, potlood en een rubberen band, die zichzelf een ijzeren discipline oplegt, is in feite een universele machine.” – Alan Turing  
De Britse wiskundige Alan Turing (1912-1954) is de kraker van de geheime Duitse Enigma-code, de geestelijke vader van de computer en de pionier van het digitale tijdperk. Werp een blik op uw smartphone, laptop of tablet-pc en sta er even bij stil dat het allemaal exotische uitdossingen zijn van een bedrieglijk simpele Turingmachine. Op 41-jarige leeftijd pleegde Turing zelfmoord door een appel in cyanide te dopen en daar een paar hapjes uit te nemen. Time Magazine koos Alan Turing tot een van de honderd invloedrijkste personen van de 20e eeuw. Het dramatische leven en het baanbrekende werk van Turing staan centraal in de spannende speelfilm ‘The Imitation Game’ (2015). Aan de hand van fragmenten uit deze Oscar-winnende film neemt Turingkenner en wetenschapsjournalist Bennie Mols ons mee naar het Enigma Alan Turing. Wie was Turing? Hoe kraakten hij en zijn collega’s de Enigma-code? Waarom is hij de geestelijke vader van de computer?

Weblinks: TV-uitzending van EenVandaag en radio-uitzending van De Kennis van Nu over de film ‘The Imitation Game’, waarin Bennie Mols uitgebreid aan het woord komt: [http://www.eenvandaag.nl/index.php/buitenland/56649/eerherstel\\_voor\\_turing\\_oervader\\_van\\_de\\_computer](http://www.eenvandaag.nl/index.php/buitenland/56649/eerherstel_voor_turing_oervader_van_de_computer)  
<http://benniemols.blogspot.nl/2014/12/the-imitation-game.html>  
Over mijn boek ‘Turings Tango’: <http://benniemols.blogspot.co.uk/2012/03/mijn-boek-turings-tango-in-de-media.html>



# Parallele werkgroepen

## Oneindig

Het aantal zandkorrels op aarde, het aantal sterren aan de hemel, het aantal elementaire deeltjes waaruit wij bestaan: het zijn zeer grote getallen, maar toch niet oneindig. Bestaat oneindig wel in de natuur? In de wiskunde wordt in ieder geval wel met oneindig gewerkt: oneindig veel, oneindig klein, oneindige sommen...

Oneindige aantallen leveren mooie paradoxen op, zoals het Hotel Hilbert waar nog plaats is ook als het volgeboekt is. Er blijken verschillende soorten oneindige aantallen (kardinaalgetallen) te bestaan: oneindig veel en nog veel meer... Afgeleiden en integralen steunen op het oneindig kleine: toenamen die 'in de limiet' naar nul gaan, plakjes die steeds dunner en dunner worden. Dit limietbegrip kreeg in de 19de eeuw een nauwkeurige  $\epsilon$ - $\delta$ -definitie; is het wel nodig om het zo moeilijk te maken? Oneindige sommen kunnen een eindig resultaat hebben ('convergente reeksen'). Nog verrassender is het gedrag van 'divergente reeksen'...

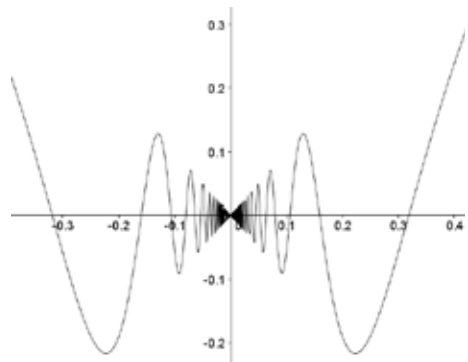
## Oneindig klein: wat kan er (niet) zonder $\epsilon$ - $\delta$ ?

Hilde Eggermont en Michel Roelens

*Sint-Pieterscollege, Leuven en UC Leuven-Limburg, Lerarenopleiding secundair onderwijs en Maria-Boodschaplyceum, Brussel*

zaterdag 9:15 - 10:15 uur

De theorie van de differentiaal- en integraalrekening is gebaseerd op het oneindig kleine, op het oneindig dicht naderen tot, op oneindig dunne rechthoekjes. De intuïtie, waarbij je je visueel voorstelt hoe een punt dichter en dichter nadert tot een ander punt tot ze 'in de limiet' samenvallen, of waarbij je rechthoekjes steeds fijner ziet worden, werkt prima. Is het dan nog nodig om de pret te bederven met ingewikkelde  $\epsilon$ - $\delta$ -definities? In deze workshop willen we nagaan tot waar de visuele benadering ons kan brengen en vanaf waar we niet meer verder kunnen zonder  $\epsilon$ - $\delta$ -definities. Deze definities brengen ons uiteindelijk in een heel andere wereld, waar je niets meer zomaar evident mag vinden omdat je het je goed kunt voorstellen...



## Oneindig en oneindig is twee

Els Vanlommel

*Instituut Heilig Hart van Maria, Brussel*

zaterdag 9:15 - 10:00 uur

Hebt u het ook al meegemaakt dat leerlingen vragen ‘meneer/mevrouw, wat is oneindig eigenlijk? Is dat een getal?’ Als je daar dan dieper op in gaat, blijken ze keer op keer gefascineerd door het begrip oneindig. Wie niet trouwens? Maar de betekenis van het begrip oneindig is voor de meesten heel vaag. We kunnen oneindig bijvoorbeeld zien als een (onbegrensd) aantal. Bedoelen we hiermee



dan het aantal elementen van de verzameling van de natuurlijke getallen of eerder het aantal elementen van de verzameling van de reële getallen? Hebben die twee verzamelingen even veel elementen? Vraag je zelf aan leerlingen wat ze denken dat er met oneindig bedoeld wordt, dan krijg je uiteenlopende antwoorden: een getal groter dan elk ander getal, het heelal, je kunt er steeds 1 bijtellen, de tijd, 9999999... In onze lessen duikt oneindig bovendien in verschillende contexten op. We komen oneindig tegen als een (onbegrensd) aantal. Maar we gebruiken de term ook in de analyse, bijvoorbeeld bij limieten, als een limietsituatie van een dynamisch proces. In deze voordracht richten we ons voornamelijk op het begrip oneindig in de context van de verzamelingenleer: oneindig als een kardinaalgetal van een niet eindige verzameling. We verkennen concreet uitgewerkt lesmateriaal waarmee u direct naar de klas kunt en waarin op een eenvoudige manier de wiskundige achtergrond behandeld wordt van ‘oneindig als kardinaalgetal’:  $N$ ,  $Z$ , en  $Q$  zijn aftelbaar oneindig,  $R$  is overaftelbaar oneindig. Met het voorgestelde materiaal wordt het mogelijk om dit op het eerste zicht moeilijke aspect toch begrijpbaar te maken, ook voor jongere leerlingen. Verder gaan we in op enkele aspecten van het beroemde Hotel van Hilbert en het mogelijk gebruik daarvan in de klas. Met het materiaal willen we een inhoudelijk houvast bieden voor wanneer het begrip ‘oneindig’ ter sprake komt in de dagelijkse lessen. Om uit de boekentas te vissen als het wonderlijke moment van gezonde nieuwsgierigheid van de leerlingen en hun fascinatie voor het begrip oneindig de bovenhand neemt...

## Rekenen met Oneindig – Hoe je iets bewezen onbewijsbaars toch kunt bewijzen

Jeroen Spandaw

*Wiskundelerarenopleiding TU Delft*

vrijdag 15:30 - 17:00 uur





In deze workshop leert u eerst hoe u met oneindig grote getallen kunt rekenen en vervolgens hoe u daarmee een stelling kunt bewijzen, hoewel van die stelling bewezen is dat zij onbewijsbaar is!

Om met het laatste te beginnen: volgens een beroemde stelling van de Oostenrijkse logicus Kurt Gödel bestaan er wiskundige be-

weringen die onbeslisbaar zijn, dus niet bewijsbaar juist en ook niet bewijsbaar onjuist. In deze workshop ziet u een eenvoudig en heel concreet voorbeeld van zo'n stelling over optellen en vermenigvuldigen van natuurlijke getallen  $0, 1, 2, 3, \dots$

Maar als zo'n stelling onbeslisbaar is, hoe kunnen we dan weten dat ze toch waar is? En wat betekent 'waar' dan? De crux is dat we de stelling tóch kunnen bewijzen als we onszelf extra middelen toestaan, namelijk rekenen met oneindig. In deze workshop leert u hoe dit gaat, hoe dit kan worden gebruikt om de onbeslisbare bewering te bewijzen en wat dit betekent voor 'wiskundige waarheid'.

## Spelen met getallen, figuren en voorwerpen

In dit thema zijn drie workshops opgenomen waarin de deelnemers in groepjes zelf aan het werk gaan met uiteenlopende voorbeelden en situaties. Ze gaan op zoek naar regelmaat en schijnregelmaat bij getallen in de driehoek van Pascal. In een andere workshop worden symmetrieën van enkele Platonische lichamen ontdekt met concrete materialen. Er worden ook verklaringen gezocht voor veelal alledaagse meetkundige problemen. Naar aanleiding van het succes in voorgaande jaren is er weer een workshop met puzzels en raadsels over getallen en figuren. Ongetwijfeld zal men ideeën op kunnen doen voor praktische opdrachten voor leerlingen. Tot slot zal in een semi-plenaire lezing aandacht gegeven worden aan symmetrieën van voorwerpen.

### Getallen en een driehoek

Bert Wikkerink

*CSG Liudger*

zaterdag 9:15 - 10:15 uur

Zijn regelmatige getallenrijen wel zo regelmatig als ze lijken? Heeft toeval ook een regelmaat? Hoe kunnen we getallenrijen vinden m.b.v. vlakken, ruimtelijke gebieden of een cirkel? Vragen waar we in deze workshop verder op in zullen gaan. We onderzoeken allerlei situaties waarin regelmaat en schijnregelmaat voorkomt en waar uiteindelijk alles weer te maken heeft met de



beroemde driehoek van Pascal. We maken daarbij gebruik van verschillende hulpmiddelen. De uitkomsten zijn steeds verrassend en kunnen zeer goed in de klas gebruikt worden voor bijvoorbeeld een praktische opdracht.

## Meetkunde met concrete materialen

Marjanne Klom en Hans van Lint  
*docent wiskunde, Alfrinkcollege Rotterdam*  
vrijdag 15:30 - 17:00 uur



In deze workshop gaat u in kleine groepjes aan het werk met allerlei materialen. We knippen figuren met een vaste omtrek en onderzoeken hoe groot de oppervlakten zijn. Door enkele eenvoudige experimenten met zeepvliezen gaan we verbanden tussen oppervlakte en inhoud onderzoeken. We schuiven met latjes en kijken naar de baan van bepaalde punten; herkennen we daarin meetkundige plaatsen? We gaan op



veel verschillende manieren met eenvoudig te maken materialen een hoek in drie of eventueel meer gelijke delen verdelen. We onderzoeken de symmetrieën van enkele behangpatronen en ook die van een kubus en een tetraëder (dit in navolging van het prachtige boek: "Een passie voor symmetrie" van Jan van de Craats). De problemen met perspectieftekeningen die ontstaan als het verdwijnpunt van evenwijdige lijnen buiten het papier valt gaan we met een bijzondere liniaal oplossen. Verder zijn er nog enkele problemen die u mogelijk zullen verrassen maar die ook weer op te lossen zijn door te spelen met eenvoudig te maken materialen. Veel activiteiten zijn geschikt om in de klas uit te voeren. Uiteraard zal telkens gevraagd worden om een wiskundige verklaring van de resultaten die met het spelen gevonden zijn. Ook deze verklaringen zijn in de klas te bespreken. Er zijn opdrachten die weinig voorkennis vereisen en er zijn onderdelen waar wiskunde van de bovenbouw (havo/vwo) vereist is voor de wiskundige verklaringen. Laat u verbazen door de praktische meetkundige problemen die via de materialen uitnodigen tot een theoretische verklaring.

Graag een schaar, een geodriehoek en een rekenmachine meenemen naar deze workshop.

## PqRS<sup>3</sup> Puzzels, Raadsels, Spelletjes, voor de derde keer

Odette De Meulemeester, *docent wiskunde, KSO Glorieux,*



*Ronse, België*

Jeanne Breeman, *Zwolle*

vrijdag 15:30 - 17:00 uur

In deze workshop gaat u anderhalf uur in tweetallen aan het werk met heel veel verschillende opdrachten, die vaak ondersteund zijn met praktische materialen. Om de opgaven op te lossen hebt u veel wiskundige redeneertechnieken nodig. Ook onderwerpen zoals priemgetallen, ruimtemeetkunde, volledige inductie, symmetrie van vormen en van getallen en de rij van Fibonacci komen voorbij. Er wordt echter niet veel wiskundige voorkennis verwacht.

Met Puzzels, Raadsels en Spelletjes wordt vooral een beroep gedaan op uw strategisch inzicht, uw doorzettingsvermogen en uw heldere geest. Zowel de werkvorm als veel van de opdrachten zijn ook geschikt om met uw leerlingen te doen.

### **Een passie voor symmetrie**

prof.dr. Jan van de Craats

*Universiteit van Amsterdam*

zaterdag 10:30 - 11:15 uur

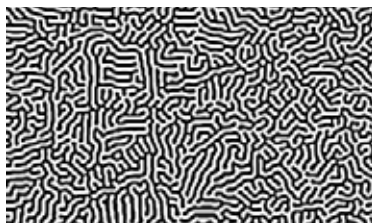


Symmetrie en symmetrische patronen zijn te vinden in voorwerpen om ons heen, in strookpatronen, tegelpatronen, behangpatronen en in bolpatronen. In mijn Epsilon-boek “Een passie voor symmetrie” behandel ik alle veertig soorten symmetrie die er zijn. Tijdens mijn lezing zal ik laten zien hoe je de verschillende soorten symmetrie kunt classificeren en herkennen. Wiskundige voorkennis is niet nodig.

In deze presentatie kijken we naar mogelijkheden voor inzet van dergelijke spelletjes in de les (en daarbuiten).

### **Turing**

Alan Turing (1912-1954) was een “enigmatische” wiskundige die zijn tijd ver vooruit was. Hij bedacht wat een intelligente “machine” is, en een test of die machine kan denken. Hij construeerde een probleem dat door geen enkele machine kan worden opgelost. In het grootste geheim kraakte hij tijdens de Tweede Wereldoorlog de meest ingewikkelde Duitse cryptografie.



Ondertussen was hij de eerste om berekeningen te doen aan de Riemann-hypothese, en een wiskundige theorie van patroonvorming te bedenken. Tegenwoordig is Turing een cultureel icoon, onderwerp van een opera (van de Pet Shop Boys) en de film *The Imitation Game*. Dit thema gaat over veel van de fascinerende en nog steeds verfrissende wiskunde van Turing.

## Hoe de zebra zijn strepen kreeg: Turings model voor biologische patroonvorming

Kirsten ten Tusscher

*Universiteit Utrecht*

vrijdag 14:00 - 14:45 uur



Naast zijn werk aan computer science, heeft Alan Turing ook een niet te onderschatten rol gespeeld binnen de mathematische biologie. In deze lezing bespreek ik Turings differentiaalvergelijingsmodel voor biologische patroonvorming, en hoe dit bijvoorbeeld de strepen in de vacht van een zebra of de verspreiding van planten in de woestijn kan verklaren. Onze algemene intuïtie is dat een diffusieproces concentratie verschillen en dus patronen doet verdwijnen. Turings briljante inzicht was dat onder specifieke omstandigheden diffusie initieel kleine verschillen kan amplificeren en zo juist patronen kan produceren.

## Is jouw smartphone straks slimmer dan jij? Over mensen, machines en intelligentie

Karim Zahidi

*Departement Wijsbegeerte, Universiteit Antwerpen*

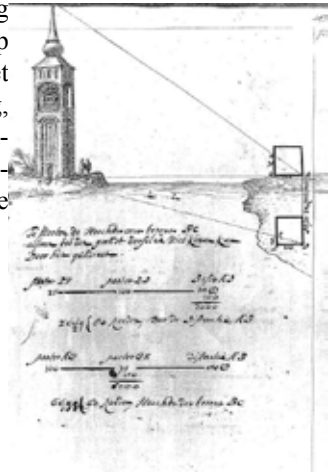
zaterdag 9:15 - 10:00 uur

Er lijkt wel geen einde te komen aan de taken die machines kunnen overnemen van mensen. Ging het vroeger vooral over routineuze en repetitieve taken, dan zijn machines vandaag ook in staat om allerlei opdrachten te vervullen die schijnbaar intelligentie vereisen. Of het nu gaat om intelligente zoekmachines op internet, het schaakprogramma Deep Blue of tal van applicaties die standaard op een smartphone te vinden zijn, machine-intelligentie lijkt alomtegenwoordig. Voor sommigen duikt al een sci-fi doemscenario op waarin intelligente machines zoveel macht verwerven dat zij, en niet langer de mens, meesters worden van de wereld. Maar is dat wel zo? Zijn deze machines, apps en programma's echt intelligent? Het was een vraag die de Britse wiskundige Alan Turing zich ook stelde en waarvoor hij dacht een speels antwoord gevonden te hebben. In dit praatje zullen we het antwoord van Turing op de machine-intelligentievraag kritisch tegen het licht houden. Beginnen doen we bij Turings belangrijke bijdragen aan de algoritmentheorie en zijn resultaten over de limieten van machine-intelligentie. Vervolgens bespreken we zijn Imitatiespel en de vraag naar het verband tussen machine-intelligentie en menselijke intelligentie. Voor dit praatje is geen specifieke wiskundige voorkennis vereist. Een gezonde dosis nieuwsgierigheid en verwondering volstaan.

## Oude (school) wiskunde

Bij gesprekken over de vaststelling van een nieuw curriculum voor de wiskundevakken komen vaak tal van intrigerende onderwerpen voorbij, die vanwege onvoldoende relevantie en/of tijd niet (meer) opgenomen kunnen worden. In dit thema worden onderdelen

van de wiskunde die in een ver of recent verleden nog onderdeel van het wiskundeprogramma waren en/of op een andere manier werden gedoceerd, nog eens voor het voetlicht gehaald. Denk daarbij aan boldriehoeksmeting, landmeetkunde en algoritmes bij gebrek aan rekenmachines. Daarvan kennis nemen geeft interessante achtergrondinformatie bij en een verbreding van de huidige leerstof in ons nieuwe curriculum.



### **Boldriehoeksmeting**

Anne Nagels en Stien Loyens  
*Campus de Helix*  
vrijdag 14:00 - 15:00 uur

Binnen deze workshop is het de bedoeling om afstanden op een bol te bepalen. Dit doen we door allereerst enkele basisbegrippen van de boldriehoeksmetkunde vast te zetten. Verder maken we ook gebruik van de sinusregel en de cosinusregel voor een willekeurige boldriehoek. Een opdracht tijdens deze workshop is het bewijzen van deze sinusregel. De cosinusregel gebruiken we dan verder in een toepassing over de afstandsbepaling op de aardbol.

### **Computers in het onderwijs 1950-1970**

Danny Beckers  
*Vrije Universiteit Amsterdam, faculteit Exacte Wetenschappen*  
vrijdag 14:00 - 14:45 uur

Bij het woord “computer” werd tot medio jaren vijftig op de eerste plaats gedacht aan een persoon. Een computer was iemand die rekenwerk uitvoerde; veelal betrof het technisch rekenwerk in een zaal met mede-computers, die allemaal een eigen stukje van het probleem moesten uitvoeren. De elektromechanische machine werd aangeduid met “rekenapparaat” of “automatische rekenmachine”. Eind jaren vijftig werd de computer (de machine) vrij plotseling het gezichtsbepalende element van de moderne samenleving. Voordat de meeste mensen een computer hadden gezien, lang voor de grote projecten “Burgerinformatica” uit de jaren tachtig, speelden computers al een rol in het onderwijs. Vooral in wiskundemethoden dook de computer op. Dat deed die in beide betekenissen van het woord op verschillende niveaus: zowel als onderwerp in het curriculum, als motivatie, en als inspiratie voor de beschrijving van leerprocessen. Verder krijgt u in deze sessie ook de gelegenheid om te ervaren hoe het is om samen met uw collegae als menselijke computer te functioneren in een aantal berekeningen die speciaal voor dit doel uitgezocht zijn en mag u een paar opdrachten maken uit de computer-hoofdstukken uit een tweetal wiskundemethodes die eind jaren zestig verschenen.

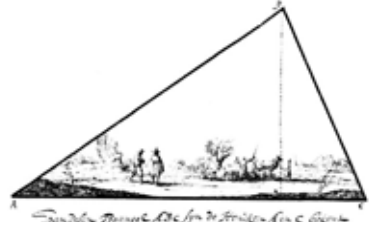
## Van ‘landmeten opt papyer’ tot ‘diepsinnige dingen’

Jenneke Krüger

*Freudenthal Instituut*

zaterdag 9:15- 10:00 uur

Ende sullen comen aent landtmeten opt papyer [op] landtmetersche wijze [...] Die soe verre gecomen syn, hebben se alsdan lust die diepsinnige dingen grondelycker t'ondersoucken dat sullen sy mogen doen. (Simon Stevin, 1600). Professor Frans van Schooten sr. (1581-1645) verzorgde van 1611 tot 1645 de colleges en practica in Duytsche Mathematique, vanaf 1615 als hoogleraar. Deze



Nederlandstalige opleiding tot militair ingenieur was sinds 1600 verbonden aan de universiteit van Leiden, met een leerplan geschreven door Simon Stevin. Een groot deel van het uitgebreide collegedictaat door Van Schooten, *Mathematische Wercken*, heeft betrekking op landmeten. In dit handschrift vallen onder meer het gebruik van illustraties en de zorgvuldige structuur op. Voor landmeetkunde bevat het de basis, theorie en praktijk, vervolgens verdieping. Je zou dat deel ‘voortgezette praktische meetkunde’ kunnen noemen. Dat was lesstof waarvoor meer kennis van meetkunde en gebruik van trigonometrie aan te pas kwam, en waaraan niet elke landmeters behoefte zou hebben: de ‘diepsinnige dingen’. In deze workshop laat ik eerst iets zien van de opbouw en inhoud van de landmeetkunde bij Van Schooten sr. Vervolgens kunt u zelf aan de slag met enkele basisproblemen en met enkele ‘diepsinnige dingen’. Zo maakt u kennis met het werk van een wiskundedocent van 400 jaar geleden. U mag een beetje smokkelen door een rekenmachine te gebruiken voor sommige bepalingen, het gaat hier vooral om de vlakke meetkunde. Zie ook hoofdstuk 2 in <http://dspace.library.uu.nl/handle/1874/301858>

## De wiskunde van Christiaan Huygens

Vincent Icke

*Sterrewacht Leiden*

zaterdag 10:30 - 11:15 uur



Wie denkt aan theoretische natuurkunde, beseft dat iedereen in dat vak gepokt en gemazeld moet zijn in de wiskunde. Zozeer, dat theoretici meer wiskundigen zijn dan mensen die deeltjesversnellers of telescopen bouwen en gebruiken. Maar eeuwen geleden was dat niet zo. De ommekeer kwam in de eerste helft van de zeventiende eeuw. Christiaan Huygens was wellicht de grootste grondlegger van deze vorm van wetenschap. De eerste natuurkundige formule ooit – die de centripetale versnelling beschrijft – werd door hem opgesteld. Kansrekening, mechanische trillingen, en meer bracht hij binnen het bereik van de wiskunde. Zijn grootste triomf was het bewijs dat de periode van oscillatie langs een cycloïde niet afhangt van de amplitude.

## Speltheorie

In dit thema gaat het niet direct om ‘spelletjes’, maar om een gedegen wiskundige theorie met tal van toepassingen in economie, politicologie, biologie en psychologie. We noemen o.a. terrorismenetwerken, gevangenendilemma, veilingen en prijsoorlogen bij supermarkten. Als definitie kan men stellen dat speltheorie zich bezig houdt met spellen waarin tenminste twee rationele en intelligente spelers een strategie bepalen die voor deze spelers zo gunstig mogelijk is. De geschiedenis van de speltheorie is direct verbonden met John von Neumann, Oskar Morgenstern en John Nash. Deze laatste kreeg een Nobelprijs in 1994, hij overleed in 2015 en over zijn leven is de film *A Beautiful Mind* gemaakt. Later kregen ook Lloyd Shapley en Bob Aumann voor hun toepassingen van de speltheorie een Nobelprijs.

### Speltheorie en *A Beautiful Mind*



Frank Thuijsman  
*Universiteit Maastricht*  
vrijdag 14:00 - 14:45 uur

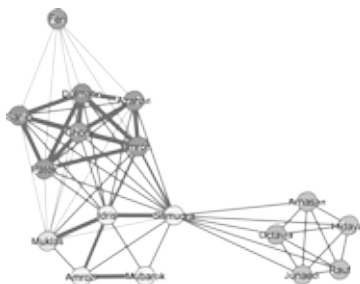
Op 24 mei 2015 liet ook het NOS-journaal weten dat een tragisch auto-ongeluk een einde had gemaakt aan het leven van John Forbes Nash Jr. en dat van zijn vrouw Alicia.

Kort daarvoor had Nash uit handen van de Noorse koning de Abelprijs in ontvangst genomen voor zijn bijdragen aan de theorie van niet-lineaire partiële differentiaalvergelijkingen en toepassingen daarvan op de geometrische analyse. Daarmee was Nash de eerste die zowel de Abelprijs als de Nobelprijs in ontvangst mocht nemen. De Nobelprijs voor de Economie ontving hij in 1994 voor werk in een heel ander domein van de wiskunde: de speltheorie. Naar aanleiding van die prijs voor John Nash publiceerde Sylvia Nasar in 1999 het biografische boek *A Beautiful Mind*, dat enkele jaren later onder dezelfde titel verfilmd werd door Ron Howard met Russel Crowe in de hoofdrol. In deze presentatie staan we kort stil bij het opmerkelijke levensverhaal van John Nash, en bekijken we voor welke wetenschappelijke ontdekking hem de Nobelprijs voor de Economie is toegewezen. Die ontdekking is goed inzichtelijk te maken zonder daarbij al te technisch te worden. Tegelijkertijd biedt deze presentatie een inleiding in de speltheorie, de tak van de wiskunde die zich richt op modellen van conflict, competitie en samenwerking, waarbij de verschillende partijen elk hun individuele belangen nastreven.

### Speltheorie en terrorisme

Herbert Hamers  
*Hoogleraar Speltheorie en Operations Research, Departement Econometrie en Operations Research, Tilburg University*  
vrijdag 15:30 - 17:00 uur

Over de hele wereld verzamelen veiligheidsdiensten data die betrekking hebben op mogelijke terroristische dreigingen. Deze informatie wordt in vele gevallen getransformeerd in netwerkstructuren waarin de knopen de individuen in de dataset representeren en de verbindingen de mogelijke connecties tussen deze individuen. Terroristische organisaties zijn een gevaar voor de maatschappij en ze doen er alles aan om niet ontdekt wordt door veiligheidsdiensten.



Echter, als er een aanslag wordt voorbereid zullen er verscheidene contacten tussen de leden van het netwerk noodzakelijk zijn. Deze contacten zijn uiteraard risicovol omdat dit tot ontdekking kan leiden. Dus de structuur van een terroristisch netwerk moet zo ontwikkeld worden dat de kans op ontdekking klein is, maar dat er wel nog voldoende coördinatie kan plaatsvinden. Door gebruik te maken van onder andere speltheorie kunnen optimale netwerkstructuren worden gevonden. Het inzicht in deze optimale structuren is waardevol om succesvolle strategieën te ontwikkelen om deze netwerken te herkennen en eventueel te destabiliseren. Verder gebruiken we speltheorie om de belangrijkste individuen in een terroristisch netwerk te vinden. Deze informatie kan bijvoorbeeld gebruikt worden om een goede toewijzing te krijgen voor surveillance of om het netwerk te destabiliseren. In de meeste modellen worden graaftheoretische centraliteitsmaten gebruikt voor het vinden van de belangrijkste personen in een terroristisch netwerk. Deze maten houden alleen rekening met de structuur van het netwerk, maar houden geen rekening met eventuele individuele informatie over de individuen in het netwerk. Door gebruik te maken van speltheorie wordt het mogelijk een centraliteitsmaat te definiëren die wel met beide aspecten rekening houdt. We gaan de ontwikkelde modellen toepassen op Al Qaeda's 9/11-aanslag en de aanslag van Jemaah Islamiyah in Bali.

## Sociale dilemma's en speltheorie

Krzysztof Apt

*CWI, Amsterdam*

vrijdag 14:00 - 14:45 uur

Sociale dilemma's doen zich voor wanneer de beste uitkomst voor de maatschappij als geheel niet overeenkomt met de uitkomst die resulteert wanneer iedereen zijn eigenbelang dient. Het beroemdste voorbeeld hiervan is het Prisoner's dilemma. Er bestaan echter nog veel meer voorbeelden van dit fenomeen. Zulke voorbeelden demonstreren onder andere waarom we onze gemeenschappelijke middelen uitputten, en waarom bepaalde vanzelfsprekende beslissingen, zoals het aanleggen van nieuwe wegen, nadelig kunnen zijn. In deze lezing leggen we uit hoe speltheorie gebruik kan worden om zulke dilemma's te formaliseren en erover te redeneren.



## Creativiteit

Het is niet moeilijk voor te stellen dat wiskunde binnen een bepaald vakgebied of beroep een bijdrage kan leveren aan creativiteit, zonder dat die wiskunde daarin zelf heel concreet voorkomt. Met name in beeldende en vormende disciplines wordt vaak verondersteld dat een wiskundige werkwijze helpt om inventief te zijn. Maar wat is die werkwijze dan eigenlijk? De vraag is ook in hoeverre die wiskundige werkwijze bewust dan wel onbewust gehanteerd wordt en of bijvoorbeeld de systematische beschrijving van regels ook ondersteunend is bij het vinden van nieuwe creaties en composities. Een dergelijke vraag doemt ook op bij het bestuderen van (bijvoorbeeld) Moorse vlakvullingen, gedraaide symmetrieën en het werk van Escher. Dan blijkt dat verborgen (wiskundige) regels verbindingen kunnen leggen tussen verschillende disciplines, zoals architectuur en muziek en dat er meer wiskunde achter creativiteit zit, dan je in eerste instantie zou denken.

### Op de versiertoe met symmetrie

Anne Schatteman

*Redactielid Uitwisseling, Leraar wiskunde KA Dendermonde*

vrijdag 14:00 - 15:00 uur

Symmetrie maakt deel uit van onze dagelijkse omgeving en cultuur. In kaders van kunstwerken, boorden van tafelkleden, balustrades, stroken behangpapier, rozetten in kerkramen, tegelwanden (bv. in Moorse paleizen), ... zijn inventieve kunstenaars aan de slag gegaan met basispatronen die zich herhalen in een symmetrisch patroon. Het lijkt alsof hun creativiteit tot oneindige variaties leidt? Niets is minder waar.

Na een korte herhaling van de eenvoudige vlakke transformaties (spiegelingen, puntspiegelingen, rotaties, translaties en glijspiegelingen) en het samenstellen ervan, gaan we in deze workshop als echte kunstenaars aan het werk en toveren we basisfiguren om in sierlijke strookpatronen. We gebruiken hierbij enkel de basistransformaties. De deelnemers worden uitgedaagd om zoveel mogelijk ‘verschillende’ strookpatronen te ontwerpen op basis van symmetrie-criteria. Hoeveel patronen kunnen we zo vinden?

Na het experimentele werk is het tijd om wiskundig te classificeren en de gevonden strookpatronen te labelen. Herkennen we gelijkaardige structuren in bestaande stroken? Deze workshop sluit aan bij leerstof van de onderbouw: vlakke transformaties worden heel concreet toegepast; patroonherkenning wordt intens geoefend; het abstractieniveau wordt gestimuleerd.



## **Muziek en het componerende brein: Wonderlijke balans tussen emotie en ratio**

Leonard Leutscher

Pianist Orion Ensemble

vrijdag 14:00 - 15:00 uur

Componisten rekenen terwijl ze componeren. Bewust of onbewust. Getallen en verhoudingen spelen een belangrijke rol in de keuzes van toonlengtes en toonhoogtes en de gebruikte maatsoorten. Ook bij het kiezen van akkoorden wil de componist een bepaalde klank, en zoekt hij, ‘reken’ hij net zo lang tot hij dié klank krijgt die beantwoordt aan zijn innerlijke voorstelling. Igor Stravinsky noemde zich dan ook liever tonenvinder dan componist! De ruim vijftig raadselcanons van componist Bach geven een prachtig voorbeeld van diens muzikaal ‘rekenen’: achter zeer beknopte muziekformules gaan ingenieuze complete composities schuil. Muzikale cryptogrammen verstopt in spiegelingen, vergrotingen, en omkeringen van een enkel thema. Sommige zijn zelfs pas zeer recent, in 1991, ontraadseld, een mooie parallel met de laatste stelling van Fermat, die pas in 1995 door Andrew Wiles werd gekraakt. In deze presentatie geven we niet alleen een blik op de oplossingen van enkele van Bachs bijzondere raadselcanons maar laten we ook zien hoe getallenreeksen, fractals, de fibonaccireeks en magische vierkanten vele componisten achter of voor de schermen leidde naar de meest fantastische muziek!

## **Structured products: the ultimate creation of financial engineering**

Svetlana Borovkova

*Vrije Universiteit van Amsterdam*

vrijdag 14:00 - 15:00 uur

Once upon a time, the investment banking was a slow-paced, boring world, where asset managers took rich clients’ money and invested it into common stocks, government bonds and other high-quality investments. Financial innovation and financial engineering of the last 20 years has changed all that. Nowadays, investment opportunities come packaged as the so-called “structured products” – financial instruments ingeniously designed on the basis of traditional stuff such as stocks and bonds, but also on the basis of mortgages, car loans or even credit card loans. This is not necessarily a bad thing, as it facilitates risk (and return) transfer between various investors and capital markets, and also because many of these structured products have some kind of capital protection embedded into them (meaning that no matter what happens on financial markets, you will get at least some of your money back). However, these structured products can be also explosive and dangerous, if not understood and managed properly, as the financial crisis of 2007-2008 has shown. The world of structured products resembles a zoo filled with exotic birds and animals of various plumages, so there is no unified way to describe all these creatures. However, in this talk I will try to “look under the hood” of the financial engineering industry and outline some of the features common to most of

those products. Furthermore, I will discuss the role structured products had in the financial crisis. We will try to investigate whether financial engineers were (at least partially) guilty for the crisis. But, when a bridge collapses, who should we blame: the architect, the engineer or the contractor?

## Architectonische Polyfonie

Loed Stolte

TU Delft

zaterdag 9:15 - 10:00 uur

“Architectuur is gestolde muziek” zei Goethe eens. Hoewel beide kunstvormen in veel opzichten diametraal verschillen (bijvoorbeeld vluchtigheid vs. permanentie, materialiteit vs. immaterialiteit) zijn er ook opvallende overeenkomsten: zowel muziek als architectuur zijn in wezen abstract en ordelijk en in beide gevallen is er een fundamenteel verschil tussen het idee (plan, partituur) van de componist of architect en de realisatie (uitvoering) door musici of bouwers. Maar hoe verhouden (klassieke) muziek en (klassieke) architectuur zich in die abstractie of ‘wiskundigheid’? En, zou het op basis van dat wiskundige raakvlak ook mogelijk zijn om als architect te ontwerpen zoals een componist componeert? Want zijn architectuur en muziek niet veeleer twee manifestaties van wiskunde, de een “gestold”, de ander “vloeiend”? Deze lezing gaat in op deze vragen en presenteert een reeks ontwerpen die, geïnspireerd door de ‘wiskundige’ muziek van Johan Sebastiaan Bach, zijn geconcipieerd als ‘architectonische polyfonie’: ruimtelijke meerstemmigheid. afbeelding: Loed Stolte



## Wiskunde uit het Midden-Oosten

Bij wiskunde uit het Midden-Oosten denkt u misschien vooral aan al die prachtige Arabische mozaïeken. Uit die regio komt echter nog een veel meer interessante wiskunde, bijvoorbeeld uit de Babylonische cultuur vanaf 3000 v. Chr. en uit de Arabische wereld rond 800, toen we ons hier in de donkere middeleeuwen bevonden. In dit thema belichten we een aantal verschillende onderwerpen: de drie-dimensionale muqarnas (prachtige nisjes in gebouwen) en op Arabische mozaïeken geïnspireerde kunst, maar ook hoe er gerekend werd met zand en stenen en hoe de Babyloniërs en later de Arabische en Perzische wiskundigen vergelijkingen oplosten. En hoe zag zo’n vergelijking er eigenlijk uit, zonder formules?

## Muqarnas: een verrassende les over wiskunde en architectuur

Philip van Egmond en Rogier Bos  
*Freudenthal Instituut / U-Talent, Utrecht*  
vrijdag 15:30 - 17:00 uur

Ben je nieuwsgierig naar de rol van wiskunde in architectuur? Ben je geïnteresseerd in islamitische bouwkunst? Wil je op een originele wijze een les besteden aan wiskunde en architectuur? In deze workshop over Muqarnas doe je inspiratie op en krijg je concreet lesmateriaal. Muqarnas zijn nissen in de islamitische bouwkunst. Deze nissen worden zo naast en op elkaar geplaatst dat zij een fries of een (deel van een) koepel vormen. In 2006 gaf Silvia Harmsen een prachtige wiskundige beschrijving van deze architectuur. De Muqarnas beschrijft ze via een bovenaanzicht, dat een betegeling van het vlak vormt. Tijdens de workshop leggen we dit uit en gaan de deelnemers zelf aan de hand hiervan een maquette van een Muqarnasfries of -koepel bouwen. De workshop is gebaseerd op lesmateriaal van het U-talent-programma van de Universiteit Utrecht. Het wordt al vele jaren gebruikt in 3 VWO, maar is ook geschikt voor hogere en lagere niveaus.



## Rekenen met stenen in Rome en zand in Iran. Een praktische workshop vanuit historisch perspectief

Wilfred de Graaf en Tom Reijngoudt  
*Mathematisch Instituut, Universiteit Utrecht*  
vrijdag 14:00 - 15:00 uur

Rekenen met tien cijfers is voor ons de gewoonte van de wereld. Deze vaardigheid is echter geen vanzelfsprekendheid. Het moderne rekensysteem komt uit het Oosten, waar in de achtste eeuw met tien cijfersymbolen in het zand werd gerekend. De Iraanse geleerde al-Khwarizmi schreef een lesboekje over deze rekenmethode. Zijn naam leeft nu nog voort in het woord algoritme. In het Westen werd in die tijd het abacus-systeem gebruikt. Rekenen deed men in dat systeem met steentjes (calculi) op lijnen, en de uitkomsten werden opgeschreven in Romeinse cijfers. In latere eeuwen bestonden in Europa de beide systemen naast elkaar, waarbij zand en steentjes vervangen werden door papier en metalen schijfjes. Zie de illustratie



uit het jaar 1503. In deze workshop ontdekken we de voor- en nadelen van de systemen door zelf met steentjes en zand te gaan rekenen. Nadat we hebben geleerd hoe we in beide systemen kunnen optellen en vermenigvuldigen, bekronen we de workshop met de meesterproef: het trekken van de wortel uit een getal met 7 cijfers in een bakje met zand. De workshop is ontwikkeld door studenten en docenten Geschiedenis van de Wiskunde aan de Universiteit Utrecht, als onderdeel van de samenwerking met het Huis van de Wiskunde in Isfahan.

### **Babylonische wiskunde, stoffige algebra?**

Ab van der Roest

*Ichthus College, Veenendaal*

zaterdag 9:15 - 10:00 uur

In 1991 schreef Martin Kindt een artikel in de Nieuwe Wiskrant met de titel “Stoffige algebra?” Hierin komt zijn liefde om kwadratische vergelijkingen meetkundig op te lossen tot uiting. Nu is dat niet alleen de methode van Martin, maar de methode heeft veel oudere papieren. De Babyloniërs gebruikten deze methode al. Ze deden dit vooral met woorden, maar de plaatjes zijn er makkelijk bij te maken. We komen deze oplossingsmethoden ook tegen bij de Arabische wiskundige Muhammad Al-Khwarizmi (780 -850). Stoffige algebra die het verdient weer flink afgestoft te worden. In de workshop worden de diverse oplossingsmethodes besproken en vertaald naar hedendaagse wiskunde. De deelnemers zullen zelf de methodes toepassen op enkele vergelijkingen.

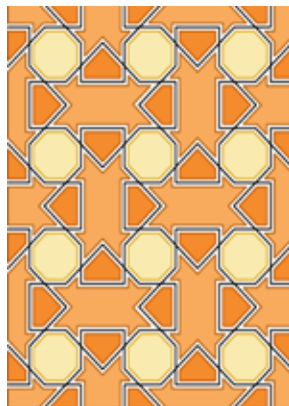
### **Drie voor de prijs van één: islamitische geometrische kunst = wiskunde, geschiedenis, creativiteit**

Eric Broug

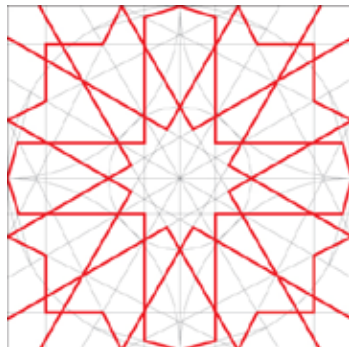
*Eventbrite*

zaterdag 10:30 - 11:15 uur

Islamitische geometrische kunst is bij uitstek geschikt voor het onderwijzen van diverse wiskundige concepten zoals vierkantswortels, soorten symmetrie, tessellatie. Dit zijn geen abstracte concepten in geometrische kunst, ze zijn zichtbaar en worden al honderden jaren gebruikt door architecten en ontwerpers ter verfraaiing van moskeeën, madrassa's, koranpagina's en nog veel meer. In deze presentatie, zal auteur Eric Broug tonen hoe het mogelijk is om deze visuele traditie te gebruiken in het klaslokaal. De architecten en handwerklieden die over de eeuwen verantwoordelijk waren voor de geometrische patronen in bijvoorbeeld het Alhambra, in Cairo, Marrakech, Istanbul en Bagdad, gebruikten slechts een passer en liniaal. Met



deze twee instrumenten is het mogelijk om alle patronen en composities te maken. En dus is het ook mogelijk om in de klas deze patronen op dezelfde manier te tekenen en, al doende, leerlingen iets bij te brengen over toegepaste geometrie, over moskeeën, madrassa's, koranpagina's, en over creatieve mogelijkheden die islamitische geometrische kunst biedt. Eric Broug is de auteur van een aantal populaire boeken over islamitische geometrische kunst, verkrijgbaar in Engels, Frans, Turks en Farsi. Hij woont in Engeland. Zijn website: [www.broug.com](http://www.broug.com)



Hij beheert de School of Islamic Geometric Design ([www.sigd.org](http://www.sigd.org)), waarop hij veel gratis educatieve middelen beschikbaar maakt en heeft een zeer dynamische facebookgroep, met meer dan 10.000 leden (<https://www.facebook.com/groups/islamicgeometricdesign/>)

In samenwerking met TED-Ed, heeft Eric in 2015 een 'animated lesson' gemaakt: <http://ed.ted.com/lessons/the-complex-geometry-of-islamic-design-eric-broug>

## Wiskunde en gender

Juist als je 'Wiskunde en gender' een non-issue vindt, ben je van harte welkom bij dit thema op de NWD. Vrouwen zijn nog steeds ondervertegenwoordigd in de STEM-vakken (Science, Technology, Engineering, Mathematics), terwijl we al ons bèta-potentieel hard nodig hebben om de toekomst het hoofd te bieden. Genderbewust lesgeven kan het verschil maken. Hoe kun je de nieuwsgierigheid van leerlingen prikkelen, zorgen dat ze uitdagingen niet uit de weg gaan? Hoe maken leraren hun interactie met leerlingen gendergelijkwaardig? Dit thema opent ogen die langzamerhand een beetje zijn dicht gezakt, en daar kunnen al onze leerlingen profijt van hebben. Niet alleen de meisjes!

## Factoren die de ondervertegenwoordiging van vrouwen in de STEM-velden verklaren

Symen van der Zee

*Saxion Deventer*

vrijdag 14:00 - 14:45 uur

In Nederland participeren (jonge) vrouwen nog altijd minder in de STEM-velden dan (jonge) mannen. Hoewel dit ook in andere landen het geval is, is de deelname in ons land wel zeer beperkt. Het percentage jonge vrouwen in STEM-studies in het hoger onderwijs ligt bijvoorbeeld ver onder het Europees gemiddelde. Ondanks dat de laatste jaren meer meisjes in het voortgezet onderwijs kiezen voor exact, is er nog altijd sprake van een onevenredige vertegenwoordiging van meisjes in deze richtingen. Bovendien houdt de toename in het voortgezet onderwijs geen gelijke tred met de toename van

jonge vrouwen in STEM-vervolgopleidingen en stroomt maar een klein deel uiteindelijk door naar STEM-functies op de arbeidsmarkt. De vrouwen die doorstromen blijken vervolgens eerder en vaker dan mannen het werkveld te verlaten. In deze lezing wordt de huidige stand van zaken van de kennis rondom de problematiek in kaart gebracht.

### **Genderbewust lesgeven**

Franka Buurmeijer

*VHTO, landelijk expertise centrum meisjes/vrouwen en bèta techniek*

vrijdag 15:30 - 17:00 uur

We weten al lang dat jongens en meisjes beiden vele intellectuele capaciteiten hebben en dat een scherp onderscheid tussen beide seksen onzinnig is. De rol van de docent is essentieel bij de schoolprestaties en studiekeuze van jongens en meisjes. Maar wat kunt u als docent in de dagelijkse praktijk doen om meisjes en jongens te enthousiasmeren voor de bètavakken?

### **Ontwar perceptie en realiteit**

Els Consuegra

*Educational Sciences Department, Faculty of Psychology and Educational Sciences*

*Vrije Universiteit Brussel*

zaterdag 9:15 - 10:15 uur

Elke leerkracht heeft eigen ervaringen met jongens en meisjes en opvattingen over hoe zij van elkaar verschillen of op elkaar gelijken. Deze genderopvattingen hebben – vooral onbewust – een invloed op de manier waarop docenten omgaan met leerlingen in de klas. Onderzoek naar de interactiepatronen tussen leerkrachten en leerlingen waar verschillende lessen (o.a. wiskunde) geobserveerd werden, leren ons dat leerkrachten anders omgaan met jongens en meisjes (bv. op vlak van vragen stellen, opmerkingen geven, negatieve en positieve feedback etc.). Deze interactieve workshop vertrekt vanuit de opvattingen over en praktijkervaringen van de deelnemers over jongens en meisjes en verbindt deze ervaringen met recente onderzoeksresultaten en relevante theorieën. We leren handboeken screenen om na te gaan of ze genderstereotypen bevatten, we bespreken de mogelijke negatieve effecten van onbewuste genderstereotypen en we ontdekken werkvormen om in de lessen wiskunde meer ruimte te even aan leerlingen om stereotypen te doorbreken.

### **Wiskunde en IQ**

Als je goed in wiskunde bent, heb je dan een hoog IQ? En als je een hoog IQ hebt, ben je dan ook een ster in wiskunde?

Wiskunde en intelligentie worden vaak met elkaar in verband gebracht. Voer voor psychologen dus. Maar dit is niet uitsluitend het terrein van psychologen.

Computerwetenschappers verleggen namelijk de grenzen door te onderzoeken of computers wiskundig slimme taken kunnen uitvoeren. Kortom, in dit thema betreden we het grensgebied tussen wiskunde, psychologie en computerwetenschap en horen we over de laatste inzichten.

## Wie zijn de slimsten ter wereld?

Fons J. R. van de Vijver  
zaterdag 9:15 - 10:00 uur



In de presentatie zal ik ingaan op de vraag wat slim zijn betekent in de psychologie. Is slimheid hetzelfde over culturen? Uit veel onderzoek weten we dat er grote, consistente verschillen zijn tussen landen in intelligentie. Wat betekenen deze verschillen? Ik zal ingaan op de al meer



dan een eeuw durende zoektocht naar de achtergrond van intelligentieverschillen tussen culturen en op welke statistische procedures gebruikt worden bij dit onderzoek, zoals exploratieve en confirmatorische factoranalyse (modelleren van correlatiestructuren) en variantie-analyse (toetsen van verschillen tussen groepen).

## Kunstmatige intelligentie

Franc Grootjen  
*Radboud Universiteit Nijmegen*  
vrijdag 14.00 - 14.45 uur

Tijdens de studie Kunstmatige Intelligentie spelen aspecten uit de Wiskunde, Informatica, Psychologie, Filosofie en Taalkunde een belangrijke rol. Kunstmatige Intelligentie is als het ware een smeltkroes van verschillende disciplines. Recent onderzoek laat zien dat juist op grensgebieden van verschillende vakgebieden nieuwe inzichten en toepassingen worden gevonden. De vraag is echter: hoe leiden we studenten op voor deze moderne studie? Traditioneel onderscheiden we (in Nederland) alfa-, bèta- en gammastudenten. Ironisch is dat studenten Kunstmatige Intelligentie zowel alfa-, bèta- als





gamma zijn. Wat betekent dit voor de profielkeuze? Wat betekent dit voor het voorbereidende wiskunde onderwijs? Is de, inmiddels bijna klassieke indeling van Wiskunde A en Wiskunde B, wel zo verstandig? Franc Grootjen schetst een beeld van de inhoud van de studie Kunstmatige Intelligentie en zoomt in op de rol van de wiskunde daarin.

## **Wiskunde en computers: twee revoluties**

Freek Wiedijk

*Radboud Universiteit Nijmegen*

vrijdag 15:30 - 17:00 uur

Er zijn twee door de meeste mensen nauwelijks opgemerkte revoluties in de wiskunde aan de gang, die allebei van Nederlandse oorsprong zijn. En zoals de Russische revolutie uiteindelijk geen stand heeft gehouden is het maar de vraag wat er met deze revoluties zal gebeuren. Maar beide revoluties zijn niet dood, en woekeren in het vakgebied van de theoretische informatica. Bovendien hebben ze de laatste tijd een nieuwe impuls gekregen doordat een winnaar van de Fields-medaille erin geïnteresseerd is geraakt.

De eerste revolutie is het intuïtionisme, een soort wiskunde die in 1907 is geïntroduceerd door de uitvinder van de topologie en één van Nederlands grootste wiskundigen, L.E.J. Brouwer. In het intuïtionisme mag je alleen maar zeggen dat iets zo is als je ook kunt weten óf het zo is. En omdat "kunnen weten" hetzelfde is als "met een computer kunnen uitrekenen", blijkt dit soort wiskunde de wiskunde van computerberekeningen te zijn. Om die reden heet dit soort wiskunde ook: constructivisme. De tweede revolutie is de formalisatie van wiskunde, in 1967 geïntroduceerd door een ander groot Nederlands



wiskundige, N.G. de Bruijn. Bij de formalisatie van wiskunde gaat het er om wiskunde honderd procent foutloos te maken, het in een vorm te brengen waarin niets impliciet is gelaten, en ieder detail op correctheid is gecontroleerd. Geformaliseerde wiskunde is dus pas echt "wis". Maar omdat mensen feilbaar zijn, kan geformaliseerde wiskunde alleen echt feilloos zijn met de hulp van de computer.

## **Wiskunde en tijd**

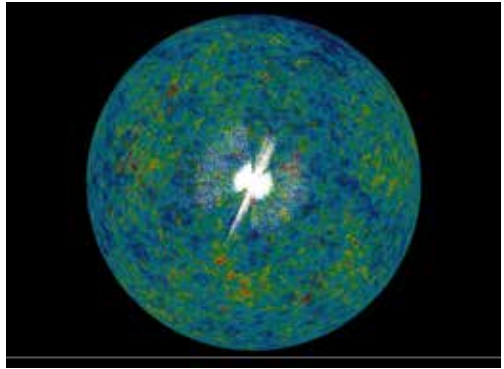
Het thema wiskunde en tijd gaat over dynamische systemen die hun eigen natuurlijke eenheid van tijd hebben. Zo is voor de omloop van de aarde om de zon het jaar een natuurlijke eenheid. Maar hoe is dat voor kleine deeltjes of voor systemen met een chaotisch gedrag? Daarnaast zal in dit thema ook Jan Aarts zijn nieuwe boek *Het Slingenuurwerk*, uitgegeven in de Epsilonreeks, presenteren. Het *Slingenuurwerk* is een studie over de beweging van slingers toegepast in uurwerken. Het hoofddoel van dit boek is echter om te bewijzen,

en wel op de wijze van de meetkunde van Euclides en Archimedes, dat de klok inderdaad goed werkt. En uiteraard zal Jan Aarts tijdens de NWD graag zijn boeken signeren.

## **Ruimte, tijd en de geschiedenis van het heelal**

Jan Pieter van der Schaar  
*Institute of Physics, Universiteit van Amsterdam*  
vrijdag 14:00 - 14:45 uur

Einstein ontdekte 100 jaar geleden dat ruimte en tijd dynamische objecten zijn, waarmee het ontstaan en de evolutie van het heelal als geheel onderdeel werd van de natuurkunde. Dankzij steeds nauwkeuriger kosmologische observaties weten we inmiddels dat de begincondities van ons heelal bijzonder en zelfs merkwaardig zijn. Deze begincondities lijken verklaard te kunnen worden door aan te nemen dan het zeer prille heelal een extreme groeispuurt heeft gekend, ook wel kosmologische inflatie genoemd. Deze fase van kosmologische inflatie heeft sporen achtergelaten in de waargenomen nagloed van de oerknal die we op dit moment druk aan het ontcijferen zijn. Wat hebben we geleerd over ons heelal, en hoe weten we dat? Wat is gekromde ruimte en tijd eigenlijk? Wat is er zo bijzonder aan een heelal waarin de som van de hoeken in een driehoek precies 180 graden is? Hoe verklaart kosmologische inflatie de bijzondere eigenschappen van het heelal? Aan het eind van de lezing zal duidelijk zijn dat onze kennis over het heelal, dankzij de ontwikkelingen in theorie en observatie, in de laatste decennia een indrukwekkende sprong voorwaarts heeft gemaakt.

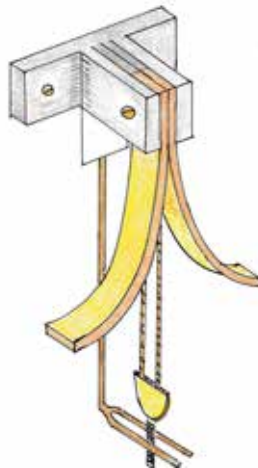


## **De cycloïde in de klok**

Jan Aarts  
*TU Delft*  
zaterdag 9:15 - 10:15 uur

In 1657 verkreeg Cristiaan Huygens door toedoen van zijn vader Constantijn octrooi op het door hem ontworpen slingeruurwerk. Vanaf 1659 werden de klokken door Samuel Coster in productie genomen en als Haagse klokken op de markt gebracht. Kenmerkend voor deze klokken is het gebruik van een slinger als gang-regelaar en de ophanging van de slinger tussen twee cycloïdale wangen. Daardoor volgt het gewicht van de slinger een cycloïdale baan. En dat is heel bijzonder, want de beweging langs de cycloïdale baan is tautochroon: de slingertijd (dat is de tijd van een beweging van

de slinger heen en weer) is onafhankelijk van de uitwijking! Het uiteindelijke doel van dit alles is de vervaardiging van scheepsklokken die zo nauwkeurig zijn dat ze gebruikt kunnen worden voor een correcte bepaling van de lengtegraad, en wel door vergelijking van de lokale tijd (gemeten met behulp van een zonnewijzer) met de tijd in de thuishaven (gemeten met behulp van de meegevoerde klok). In 1673 verschijnt dan het boek *Horologium Oscillatorium*, het Slingeruurwerk, waarin Christiaan Huygens het geheim van zijn klok onthult. Het boek opent met een korte beschrijving van de constructie van de klok en met aanwijzingen voor het gebruik. Het grootste deel van het boek is een originele wiskundige theorie om te bewijzen dat de klok precies doet wat van hem verwacht mag worden. Allereerst wordt bewezen dat de cycloïdale slinger tautochroon is. Vervolgens ontwikkelt Huyens de theorie van evolute en involute en toont hij aan dat de slinger in een cycloïdale baan gedwongen wordt door zijn ophanging tussen cycloïdale wangen. Daarna volgt een wiskundige theorie over de regeling van de het tempo van de slinger met behulp van een additioneel gewicht. Het einddoel van deze voordracht is het geven van Huygens' bewijs van de tautochrone eigenschap met eenvoudige methoden uit de Euclidische meetkunde, met als (bijna gratis) nevenresultaat de afleiding van de formule voor:



$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

## Winnende Strategieën

Naast het thema speltheorie, waarin het niet direct om de spelletjes gaat, hebben we ook een themalijn waarin we wel met deze indirecte toepassing aan de slag mogen. Immers, niet alleen onze leerlingen, maar ook vele wiskundigen hebben een speciale voorliefde voor spelletjes. En hoe moeilijker het spel, hoe mooier de uitdaging. In dit thema gaan we spelen met spellen uitgedacht door grote wiskundigen zoals John Conway. Naast het verdiepen van inzichten en bespreken van strategieën voor deze spellen, onderzoeken we ook de mogelijkheid om de uitdaging van het spel te gebruiken voor de wiskundeles. Kunnen we de verslavende werking van spelletjes uitbuiten voor het leren van wiskunde? Centraal staat het gebruik van spellen om het wiskundig denken te bevorderen.

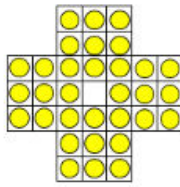
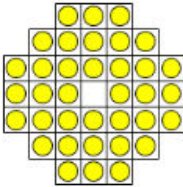
## Solitaire – Uitdagens of Onmogelijk?

Stephan Berendonk

*Mathematisches Institut der Universität Bonn*

vrijdag 15:30 - 17:00 uur

U heeft nog nooit Solitaire gespeeld, maar u wilt het graag leren? U kent het spel, maar u herinnert de oplossing niet meer? U weet, dat sommige Solitaire-problemen onoplosbaar zijn, maar u weet niet, waarom dat zo is? In alle drie gevallen zit u goed in deze workshop! Solitaire kun je op verschillende borden spelen. In het plaatje ziet u bijvoorbeeld



het Franse bord (links) en het Engelse bord (rechts). De canonieke opgave bij Solitaire luidt: Keer de uitgangssituatie, waarin alleen het veld in het centrum leeg is, om, zodat er aan het einde alle velden behalve het centrum leeg zijn. Hoe begin je aan deze opgave? Gewoon 'dom' proberen? Wat, als er niemand een oplossing

kan vinden? Is de opgave dan slechts super uitdagend of misschien helemaal onmogelijk? Hoe komen we daar achter?

### Het spelelement in de wiskundeles

Hans Schipper  
*Baudartius College Zutphen*  
 vrijdag 15:30 - 17:00 uur

Bij mijn leerlingen ervaar ik in de wiskundeles de meeste geestdrift wanneer zij bezig zijn met een spel. Het spel activeert, inspireert, motiveert, daagt uit, voedt op. De leerlingen hebben plezier in het spel. Door het competitie-element dat er vaak, maar niet noodzakelijkerwijs altijd, in zit is het spel spannend. Door het spel komt er een extra sociale component in de les.



In de wiskundeles heeft het spel natuurlijk een wiskundecomponent. De leerlingen spelen een spel en doen en passant wiskunde. In het vuur van het spel denken ze snel en maken ze opdrachten waar ze anders nooit aan toe gekomen zouden zijn. Zo kunnen brugklasleerlingen een stelsel vergelijkingen met zeven onbekenden oplossen. Het oplossen van stelsels vergelijkingen wordt normaal gesproken met zekere moeite pas in de bovenbouw behandeld. Het spel is een aanvulling op en een verrijking van de leerstof die middels het boek wordt aangeboden. In de workshop willen wij het plezier van het spel overdragen, enkele spelen presenteren en aangeven dat het spelelement in de wiskundeles breder gezien kan worden dan bordspel alleen.

### Rubik's Cube: je draai vinden in een grote groep

Marko van Eekelen  
*Radboud Universiteit en de Open Universiteit*  
 zaterdag 9:15 - 10:00 uur

Het is niet altijd makkelijk je draai te vinden in een nieuwe groep en al helemaal niet als die groep uit meer dan 43 triljoen kleurrijke elementen bestaat die ook nog moeilijk uit elkaar zijn te houden. In het begin van de 80-er jaren van de vorige eeuw was het een rage waar menigeen verslaafd aan raakte. Velen hebben de geheimen ervan onder de knie gekregen. Inmiddels kunnen de snelsten het in luttele seconden. Deze lezing/workshop helpt je om je weg te vinden door gebruik te maken van elementaire groepen-theorie. Groepentheorie is geen vereiste voorkennis. Wat nodig is, wordt uitgelegd aan de hand van de kubus van Rubik. Begrippen als eenheidselement, commutativiteit, geconjugeerde en inverse hebben een natuurlijke betekenis binnen de kubuswereld. Neem je kubus mee, als je er een hebt. Dan kun je vanuit een wiskundige basis je draai (beginnen te) vinden in de megagroep van de Rubik's cube. Prof.dr. Marko van Eekelen (In 1981 even wereldrecordhouder en nationaal kubuskampioen, nu Informaticus aan de Radboud Universiteit en de Open Universiteit).



# Overige lezingen

## KWG winnaar 2015

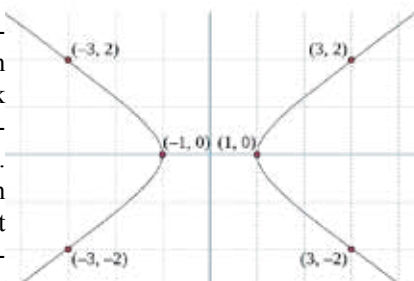
### Solving Pell's equation

Djordjo Milovic

zaterdag 9.15 - 10.00 uur



Zoals gebruikelijk proberen we elk jaar de winnaar van de KWG prijs uit te nodigen voor een presentatie. De prijs uitgereikt door het Koninklijk Wiskundig Genootschap, voorheen de Philipsprijs, is een prijs voor Nederlandse promovendi. Zij ontvangen deze prijs voor een presentatie van hun werk, waarbij een belangrijk criterium is dat de presentatie is gericht op een algemene wiskundige publiek en het onderwerp toegankelijk is ook voor niet-specialisten. De prijs is dit jaar gewonnen door Djordjo Milovic. Hij is gepromoveerd bij Peter Stevenhagen (Leiden):



"In this talk, we will learn how to solve equations of the type  $x^2 - 14y^2 = 1$  over the integers using continued fractions. Equations of this type are called Pell's equations, and they form an important class of equations in number theory. No prior knowledge in number theory is necessary, but active participation is highly encouraged."

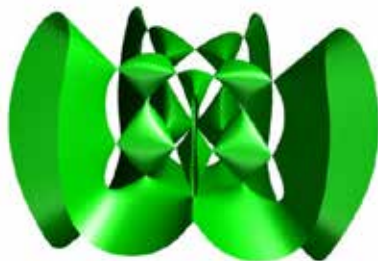
### Singulariteiten: Reeel en imaginair

Duco van Straten

*Johannes Gutenberg Universiteit Mainz*

zaterdag 10:30 - 11:15 uur

De geometrie van krommen en oppervlakken is een rijk gebied met een lange en interessante geschiedenis. Zoals de IMAGINARY tentoonstelling laat zien, geven grafische computerprogramma's als SURFER een kwalitatief hoogwaardig en eenvoudige te gebruiken werktuig om ze te onderzoeken. Een belangrijke sleutel om de vorm van deze meetkundige objecten te begrijpen zijn de singulariteiten die erop kunnen voorkomen. Het archetypische voorbeeld is dat van de kegel, die bij de overgang van de een- naar de tweebladige hyperboloïde optreedt. Veel vragen over aantallen en



types van singulariteiten die op een kromme of oppervlak van gegeven graad kunnen optreden zijn eenvoudig te stellen, maar heel moeilijk te beantwoorden. In deze voordracht wil ik het verhaal van enige prominente oppervlakken met veel singulariteiten vertellen, hun constructie uitleggen en het publiek uitnodigen zelf de onbekende grenzen van onze kennis te exploreren.

## Zand en wiskunde

Elvira Wersch

vrijdag 15:30 - 17:00 uur

In musea, kerken en culturele instellingen over de hele wereld (o.a. Berlijn, Leiden, Coimbra, New York, Sharjah, Aberdeen, Helmond) heeft de Duits-Nederlandse Elvira Wersche kunstwerken van zand gemaakt. Met behulp van touw, latten en krijt construeert ze patronen op de vloer, meestal gebaseerd op de symmetrieën die in regelmatige zeshoeken ontstaan. Door mozaïeken in de islamitische wereld te analyseren heeft Elvira op geheel eigen(zinnige) wijze de onderliggende meetkunde herontdekt en er een eigen jargon voor bedacht. ‘Cadeautjes’ noemt ze de symmetrieën die spontaan ontstaan in haar patronen. Het zand, bijna duizend soorten uit alle continenten, wordt vervolgens met een theezeefje tussen de lijntjes gestrooid. Het proces is het kunstwerk; na afloop zijn de meeste werken vrijwel meteen weggedanst in performances waarin al het zand zich vermengt tot één Weltensand. Zie ook [www.weltensand.com](http://www.weltensand.com). Tijdens de NWD geeft Elvira, met een van de leden van haar team, een doorlopende demonstratie van het ontstaan van zo’n werk: er wordt gestrooid. Ook is er doorlopend een video te zien van het ontstaan van het werk in het Pergamonmuseum in Berlijn. Daarnaast geeft ze een voordracht over haar werk en over de manier waarop zij zelf de meetkunde gebruikt voor het maken van de patronen.



## Kwadratische vergelijkingen, het gulden zadelvlak en de regelmatige vijfhoek

Joop Kolk

*Mathematisch Instituut Universiteit Utrecht*

vrijdag 14:00 - 15:00 uur



Ongetwijfeld ben je bekend met kwadratische vergelijkingen. Een manier om deze op te lossen is met de welbekende abc-formule, een algebraïsche benadering. Maar wist je dat je ook op een meetkundige manier naar al die vergelijkingen tegelijk en de abc-formule kunt kijken? Daarom zie je tijdens deze werkgroep veel verhelderende

afbeeldingen. Na deling door  $a$  kun je zo een vergelijking schrijven als  $x^2+2c_1x+c_2=0$ . Als je de coëfficiënten als variabelen  $(y,z)$  opvat dan krijg je de vergelijking  $x^2+2yx+z=0$ ; en deze correspondeert met een oppervlak in het  $xyz$ -assenstelsel: een hyperbolische paraboloid of zadelvlak. Wat maakt deze figuur zo bijzonder? In de werkgroep gaan we onderzoeken wat deze hyperbolische paraboloid over de oplossingen van kwadratische vergelijkingen zegt. Op intrigerende wijze verschijnt dan ineens de gulden snede ten tonele. Wat heeft die met alle kwadratische vergelijkingen te maken? En verder vind je ook een hoek die direct bruikbaar is voor constructie van een regelmatige vijfhoek. Dit onderwerp komt voort uit het profielwerkstuk 3D-Printen van de hyperbolische paraboloid van twee deelnemers aan het U-Talentprogramma van de Universiteit Utrecht. Als voorkennis veronderstellen we algebraïsche vaardigheid op het niveau van 4 vwo. Het materiaal van de werkgroep is zeer geschikt voor profielwerkstukken of als lesmateriaal voor analytische meetkunde bij wiskunde D vwo. De werkgroep wordt geleid in samenwerking met Rogier Bos, Christelijk Gymnasium Utrecht en U-Talent, Universiteit Utrecht.

## **Al 6 jaar het beste beroep, de creatieve probleemplosser**

Jeroen Breen

*Koninklijk Actuarieel Genootschap & Actuarieel Instituut*

vrijdag 14:00 - 14:45 uur

Voor het zesde jaar op rij is het beroep van actuaris de beste startfunctie in Nederland. Elsevier en SEO Economisch Onderzoek stellen elk jaar een lijst samen van twaalf functies die een optimale mix bieden van zes kenmerken van een goede baan: een goed salaris, aantrekkelijke secundaire arbeidsvoorwaarden, werk op het eigen afstudeerniveau, duurzaamheid van de baan, algemene tevredenheid en een werkweek die aansluit bij het gewenste aantal uren. Voor alle functies wordt in het onderzoek nagegaan hoe hbo'ers en academici op deze punten scoren ten opzichte van pas afgestudeerden met een vergelijkbare opleiding in dezelfde sector. In de lezing zal worden ingegaan op de vraag wat een actuaris is en waar deze zich in het dagelijks leven vooral mee bezighoudt. In welke omgeving opereert de actuaris, waar zijn ze werkzaam, wie zijn de gesprekspartners en wat heeft de actuaris met wiskunde? Na de inleiding zal aan de hand van vier concrete casussen samen met de zaal worden ingegaan op actuaariaat in de praktijk. De aanwezigen zullen ervaren dat wiskunde en actuaariaat onlosmakelijk met elkaar zijn verbonden en dat creativiteit in dit vak noodzakelijk is. Nederland telt op dit moment zo'n 1.200 actuarissen, die allen lid zijn van het Koninklijk Actuarieel Genootschap. Aan het eind van de lezing zal worden ingegaan op de wijzen waarop individuen zich kunnen ontwikkelen tot actuaris.

## **Algebraic surfaces and the SURFER software in secondary school mathematics**

Stephan Klaus



In our workshop we consider examples of interesting real algebraic surfaces in 3-dimensional space, given by polynomials in three variables  $x$ ,  $y$  and  $z$ , which can be understood by secondary school mathematics. This does not only include classical forms like planes, spheres, cylinders and cones, but also more sophisticated forms like surfaces of revolution, cubes and other polyhedra, chemical orbitals, water drops and oscillating membrans. In particular, many of these examples resemble real objects in nature or technology or describe physical phenomena. Using the free SURFER software of the Imaginary project of Oberwolfach, it is possible to give a real-time visualization of the polynomial equations including also change of parameters and short video sequences. Our experience is that these mathematical connections between form and formula are very appealing for pupils and can help to elate them for a further study of mathematics.



### **Wiskundeonderwijs voor de toekomst**

Kees Hoogland, Sonia Abrantes Garcêz Palha, Geeke Bruin-Muurling, Koeno Gravemeijer

*TU Eindhoven*

vrijdag 15:30 - 17:00 uur

Globalisering, digitalisering en automatisering gaan steeds nadrukkelijker een rol spelen in ons leven en in ons werk. De maatschappij verandert snel en daarmee ook wat er nodig is om succesvol mee te kunnen doen. Wij vinden dat het wiskundeonderwijs daarop moet inspelen en dat daarvoor aanpassingen nodig zijn. Concrete aanpassingen die op dit moment al aan de gang zijn betreffen een verschuiving van ‘uitvoeren van bewerkingen’ naar ‘wiskundige redeneren’. Wij willen werk maken van een bezinning op het wiskundeonderwijs vanuit dat perspectief. Enerzijds omdat wiskunde een steeds grotere rol speelt in onze maatschappij. Anderzijds omdat steeds meer reken- en wiskundige bewerkingen door apparaten (kunnen) worden uitgevoerd. In deze werkgroep willen we ons met u buigen over de vraag: Hoe zou een breed wiskundeonderwerp zoals functies of differentiëren in het curriculum vorm kunnen krijgen zodat ze beter aansluiten bij de doelen van het huidige en toekomstige reken-wiskundeonderwijs; wat dit betekent voor de doelen én voor de uitvoering van het reken- en wiskundeonderwijs. We zullen daarbij concrete ideeën en voorbeelden presenteren die wij tot nu toe hebben verzameld, maar we vragen ook uitdrukkelijk naar uw inbreng. Denk met ons mee over het wiskundeonderwijs van morgen.

## Maths & Arts – Everything is Number

Peter Baptiste

*Universiteit van Bayreuth*

vrijdag 15:30 - 17:00 uur

Eugen Jost's pictures have titles like "Hardy's Taxi", "A Walk with Mr Euler", "Girasole" and "Pisa, Cambridge, Bern". Actually their style is different, but they all have a common background that one doesn't expect behind these titles: mathematics.

The paintings tell stories, they stimulate interest for mathematical results and relationships just as for the persons who were engaged in these topics. Mathematical theories and problems are not only a matter of mind, they also have an effect on sensibilities and aesthetic feelings, comparable with artistic activities. The famous British number theorist G. H. Hardy (1877 – 1947) pointed out: "A mathematician, like a painter or poet, is a maker of patterns. If his patterns are more permanent than theirs, it is because they are made with ideas." Jost's paintings convince by their diversity. They contain elementary and more complex problems, they attract kids, students and adults with and without mathematical knowledge.

### Maths runes

Mike Naylor

*Mathematical Artist, Teacher, Researcher, Trondheim, Norway*

zaterdag 9:15 - 10:00 uur

Functions are beautiful and amazing! We will create interesting designs by representing multiplication in mod 10 and use the designs to gain insights into properties of numbers and operations. We will explore other functions and modulo systems and use a web-based app to explore further. This activity is mathematically rich, exciting and motivating, and is appropriate for pupils from 4th - 10th grade and beyond.

### Van vlak naar volume

Rob van Oord en Marjan Botke

vrijdag 15:30 - 17:00 uur

In deze workshop laten we je ongekende mogelijkheden zien van wiskunde met een A4-tje. Zo zie je het nut van de differentiaalrekening bij optimaliseren van de inhoud van bakjes. Je ziet mooie toepassingen van gonio, van sinusoiden in het bijzonder. Ook komt de oplossing van het patatzakprobleem aan de orde. We wensen je veel vouw-, redeneer- en berekenplezier.



## **Priempracht**

Pieter Moree

*Max-Planck-Institut fuer Mathematik*

zaterdag 10:30 - 11:15 uur

Priemgetallen, de ondeelbare gehele getallen, zijn de atomen van de vermenigvuldiging. Ze gedragen zich zowel regelmatig als onregelmatig en tarten allerlei wiskundige methoden. Priemvermoedens zijn heel gemakkelijk op te stellen en te begrijpen, maar bewijzen kunnen honderden jaren op zich laten wachten en diepgaande studie vergen om ze te begrijpen. In mijn voordracht zal ik een aantal priemgetalpareltjes belichten, waaronder een aantal zeer recente.

## **Winnaars docentenworkshop**

### **Een creatieve PO bij wiskunde**

Mijke Campschroer

*Elzendaalcollege Boxmeer*

Vrijdag 15:30 - 17:00 uur

Een leuke praktische opdracht bedenken: een hele opgave! Vaak zoek ik mijn toevlucht in een Zebra-boekje of een andere opdracht waarbij een groot deel van de opdracht bestaat uit het maken van een aantal vaststaande opdrachten. Deze keer wil ik iets anders in mijn 5vwo cluster wiskunde D. Geïnspireerd door wiskundige filmpjes die ik op diverse social media langs zie komen van bijvoorbeeld Numberphile, wil ik mijn leerlingen ook zo'n filmpje laten maken. Maar ja, hoe formuleer je dan zo'n opdracht, wat mag je verwachten van deze leerlingen en hoe beoordeel je het eindresultaat? Deze en nog andere vragen hielden mij bezig tijdens het ontwerpen en afnemen van de opdracht. In deze workshop wil ik jullie deelgenoot maken van hoe mijn proces van idee, via ontwerp naar de eindresultaten is verlopen. Wat ging goed en wat zou ik een andere keer zeker anders doen? Natuurlijk is er ook ruimte om met elkaar van gedachten te wisselen over ieders ervaringen met praktische opdrachten voor wiskunde. Hopelijk gaan we na de workshop allen met nieuwe inspiratie naar huis!

### **Wiskunde in Walibi**

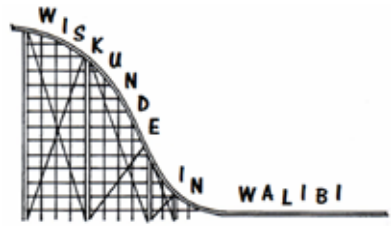
Karel Langendonck

*Fontys Lerarenopleiding Tilburg*

Vrijdag 15:30 - 17:00 uur

Tergend langzaam en onder luid geratel, wordt het treintje omhoog getrokken om een

ogenblik later met ziedende vaart de helling af te razen. Onderweg doorstaan we loopings, boomerangs, te scherpe bochten en het gegil van de dames achter ons. Extreme snelheden, versnelingen en (G-)krachten zijn ons deel. Na ruim een minuut zijn we terug waar onze reis begon, napuffend van ons avontuur. Maar wel leuk, zo'n natuurkundeles!



In deze lezing bespreken we in razende vaart de mogelijkheden die een attractiepark kan bieden om inzicht te krijgen in normaliter erg taaie leerstof. We richten ons daarbij voornamelijk op de wiskundige technieken die daarbij, vanuit de natuurkunde, worden toegepast. Hierbij komen zaken als de analyse van stilstaande en bewegende beelden aan bod en wordt getoond hoe de grafische rekenmachine als meetinstrument kan worden ingezet. Een insteek van de natuurkunde, maar mogelijk inspirerend voor uw wiskundelessen.

En weest u gerust.....we gaan niet over de kop!

Karel Langendonck werkte vijftien jaar als docent natuurkunde in het voortgezet onderwijs en is sinds 2013 verbonden aan de Fontys Lerarenopleiding Tilburg. Daarnaast is hij de ontwikkelaar van divers onderwijsmateriaal en beheert hij zijn eigen website: [www.fysikarel.nl](http://www.fysikarel.nl).

### **De derde afgeleide**

Fred Lauwers

*Barlaeus Gymnasium*

Vrijdag 15:30 - 17:00 uur



In 2013 is de hoogste wolkenkrabber van Sjanghai opgeleverd, met de op dat moment snelste liften ter wereld. Er werd bekendgemaakt welke maximale snelheid en versnelling de liften in de wolkenkrabber hebben, en ook hoe groot de jerk is. De jerk is de verandering van de versnelling, oftewel de derde afgeleide van de beweging.

Bij een lift – en ook bij andere transportmiddelen – is het belangrijk dat veranderingen in de beweging niet te abrupt plaatsvinden. Dat is vanwege het comfort voor de gebruikers. In schoolboeken wordt de versnelling instantaan aan- en uitgezet. In werkelijkheid gaat dat een beetje anders: de versnelling wordt geleidelijk opgebouwd tot zijn maximale waarde wordt bereikt. Ik heb onderzocht wat het gebruik van de jerk betekent voor de beweging van de lift in die wolkenkrabber. Ik heb het vervoer van de lift doorgerekend en daar lesmateriaal bij gemaakt. In het materiaal heb ik gekozen voor een aanpak met grafieken en formules, waarbij differentiëren en integreren vrijwel naadloos in elkaar overgaan. In deze workshop maak je kennis met de derde afgeleide terwijl je zelf rekent aan deze lift, aan de hand van het lesmateriaal. Er wordt door de deelnemers aan de workshop veel gerekend en getekend, dus tekengerei meenemen!

Daarnaast zal ik ingaan op de ervaringen uit de klas, en als er tijd is, ook iets zeggen over andere toepassingen van de derde afgeleide.

## Informatiemarkt

Op de informatiemarkt in de verschillende zalen en in de gangen kunt u stands vinden van organisaties, instellingen en instituten die zich op een of andere wijze met wiskunde bezighouden. Er zijn stands van:

Bettermarks	<a href="http://www.bettermarks.nl">www.bettermarks.nl</a>
Busy Brains	<a href="http://www.denkspellen.nl">www.denkspellen.nl</a>
Casio Benelux bv	<a href="http://www.casio-educatie.nl">www.casio-educatie.nl</a>
Epsilon Uitgaven	<a href="http://www.epsilon-uitgaven.nl">www.epsilon-uitgaven.nl</a>
Freudenthal Instituut	<a href="http://www.fisme.uu.nl">www.fisme.uu.nl</a>
HP/De Rekenwinkel	<a href="http://www.derekenwinkel.nl">www.derekenwinkel.nl</a>
itsacademy	<a href="http://www.itsacademy.nl">www.itsacademy.nl</a>
Museum Boerhaave	<a href="http://www.museumboerhaave.nl">www.museumboerhaave.nl</a>
Nederlandse Wiskunde Olympiade	<a href="http://www.wiskundeolympiade.nl">www.wiskundeolympiade.nl</a>
Noordhoff Uitgevers	<a href="http://www.getalenruimte.noordhoff.nl">www.getalenruimte.noordhoff.nl</a>
Noordhoff Uitgevers	<a href="http://www.modernewiskunde.noordhoff.nl">www.modernewiskunde.noordhoff.nl</a>
Noordhoff Uitgevers	
NVvW	<a href="http://www.nvww.nl">www.nvww.nl</a>
Optische Fenomenen	<a href="http://www.optische-fenomenen.nl">www.optische-fenomenen.nl</a>
P S Zituaction	<a href="http://www.mathmaker.nl">www.mathmaker.nl</a>
Platform Wiskunde Nederland	<a href="http://www.platformwiskunde.nl">www.platformwiskunde.nl</a>
SLO	<a href="http://www.slo.nl">www.slo.nl</a>
Stichting de Wageningse Methode	<a href="http://www.wageningse-methode.nl">www.wageningse-methode.nl</a>
Stichting Math4all	<a href="http://www.math4all.nl">www.math4all.nl</a>
Stichting VO-content	<a href="http://www.vo-content.nl">www.vo-content.nl</a>
Stichting Wiskunde Kangoeroe	<a href="http://www.w4kangoeroe.nl">www.w4kangoeroe.nl</a>
Studyflow Rekenen	<a href="http://www.studyflow.nl">www.studyflow.nl</a>
Texas Instruments	<a href="http://www.education.ti.com/nederland">www.education.ti.com/nederland</a>
ThiemeMeulenhoff	<a href="http://www.thiememeulenhoff.nl">www.thiememeulenhoff.nl</a>
Twente Academy	<a href="http://www.twenteacademy.nl">www.twenteacademy.nl</a>
Uitgeverij Malmberg	<a href="http://www.malmberg.nl">www.malmberg.nl</a>
Uitgeverij Malmberg	<a href="http://www.malmberg.nl">www.malmberg.nl</a>
Vierkant voor Wiskunde	<a href="http://www.vierkantvoorwiskunde.nl">www.vierkantvoorwiskunde.nl</a>
Wim Zwaan	
Wisc	<a href="http://www.hanswisbrun.nl">www.hanswisbrun.nl</a>

### De openingstijden van de informatiemarkt zijn:

vrijdag	10:00 - 11:00 uur
	12:00 - 18:30 uur
zaterdag	08:30 - 11:45 uur

## Buiten het programma

De NWD is in belangrijke mate bedoeld als ontmoetingsplaats. De diverse pauzes bieden u de gelegenheid van gedachten te wisselen met collega's en sprekers. Maar er is meer te doen! Het avondprogramma vindt plaats rondom Boston 9. Op enkele plekken in de gangen en lounge staat een bar opgesteld.

### *Vrijdag*

- 17:15 tot 18:30 uur: workshops van diverse organisaties op de infomarkt. Dit is een vrij programma. Kijk op de dag zelf naar de activiteiten of loop gewoon eens langs!
- 21:15 - 21:45 uur: wiskundequiz
- 21:15 - 0:30 uur: spelletjesmarkt
- 21:15 - 0:30 uur: muziek
- 21:30 - 23:30 uur: filmvertoning The Imitation Game

### *Wiskundequiz*

Doe mee met de wiskundequiz! Met de hele zaal spelen we een spannende voorronde: een afvalrace met tweekeuzevragen (petje op, petje af, maar dan met stembordjes).

De opgaven van de quiz vereisen weinig wiskundige voorkennis, maar doen wel een beroep op uw creativiteit!

Zorg dat u er ruim op tijd bent, want het aantal plaatsen is beperkt. De quiz wordt georganiseerd door Birgit van Dalen en Quintijn Puite van de Nederlandse Wiskunde Olympiade en wordt gepresenteerd door Marjolein Kool.



### *Spelletjes*

De spelletjes staan vanaf 21.15 uur in de Atriumlounge.

### *Alles ist Zahl, Imaginary en Elvira Wersche*

De expositie “Alles is Zahl” geeft 12 illustraties die in 2008 werden verwerkt in een kalender ter gelegenheid van het jaar van de wiskunde in Duitsland. De afbeeldingen, waarin een verbinding wordt gelegd tussen de wiskunde en de kunst, zijn geschilderd in acryl op canvas door Eugene Jost van Thun (Zwitserland). Peter Baptist heeft de oorspronkelijke kalenderteksten en afbeeldingen herzien. Hij zal zelf tijdens de workshops verdere toelichting geven.

In datzelfde jaar van de wiskunde in Duitsland werd het initiatief genomen voor de tentoonstelling Imaginary. Ook hier wordt het publiek verrast met fraaie beelden en toepassingen van de wiskunde. Op dit moment reist de tentoonstelling door België en volgend schooljaar hopen we deze reizende tentoonstelling naar Nederland te halen. Op de NWD mogen wij een kleine inkijk geven in de prachtige beelden en vooral ook de mogelijkheden voor een bezoek met uw leerlingen aan deze expositie.

De tentoonstellingsruimte wordt verder aangekleed met een zandtapijt van Elvira Wersche, op de poster is een eerste impressie gegeven van haar creaties.

### *Muziek*

's Avonds speelt voor u:

Three/Third XL. Three/Third XL is een jonge enthousiaste coverband met een funky ritmesectie en een prachtige driestemmige frontlinie. De naam verwijst naar de drie zussen die de zang voor hun rekening nemen: individueel zijn zij één-derde, maar met z'n drieën vormen ze een harmonieus geheel (drie-derde, dus één). Uit heel Nederland afkomstig, maar met hun thuisbasis in de omgeving Rotterdam speelt Three/Third XL sinds begin 2013. Ze spelen zowel in een kleine semi-akoestische bezetting als in een grote feestformatie, en doen niets liever dan samen met de gasten er één groot feest van maken! Het plezier en enthousiasme waarmee de band zich inzet op het podium is niet onopgemerkt gebleven: in het najaar van 2013 zijn zij verkozen tot 'populairste studentencoverband van Nederland' tijdens de Battle of the Bands te Rotterdam. Laat u meeslepen in de reeks uiterst bekende nummers van vroeger tot nu en feest met ons mee! <http://www.threethird.nl/>

### *Funrun*

Een vast onderdeel van de Nationale Wiskunde Dagen is de funrun op zaterdagochtend. We lopen weer het bekende rondje van precies 6 km. Deelname is gratis en als beloning krijgt u na afloop een T-shirt. Voor de snelste dame – Stephanie Siersma – en de snelste heer – Michiel Snuverink – was er een echte (wissel)beker.

Vanaf 6:30 uur staan koffie, thee en bananen klaar in de lobby. De start van de funrun is 's ochtends om 7 uur, voor de ingang van NH Leeuwenhorst.

Wandelen mag trouwens ook, maar dan adviseren we u het halve rondje van 3 km te doen en wat eerder te vertrekken. U kunt de funrun ook skeeleren. Er is geen tijdslimiet, maar u wordt vriendelijk verzocht vóór de lunch terug te zijn.



# Nationale Wiskunde Dagen 2017

De driecentwintigste NWD wordt georganiseerd op 3 en 4 februari 2017. Uw opmerkingen op het evaluatieformulier van dit jaar zijn daarbij zeer nuttig.

## *Programmacommissie*

Henk Broer	Marjolein Kool
Gunther Cornelissen	Hans Melissen
Jeanine Daems	Sjoerd Rienstra
Michiel Doorman	Michel Roelens
Swier Garst	Dirk Siersma
Tom Goris	Hans Sterk
Job van de Groep	Lidy Wesker
Hans van Lint	

## *Uitvoerend comité*

Mieke Abels	Bas Holleman
Peter Boon	Henk vd Kooij
Sylvia van Borkulo	Florine Meijer
Michiel Doorman	Sonia Palha
Paul Drijvers	Sietske Tacoma
Tom Goris	Michiel Veldhuis
Dédé de Haan	Wim v. Velthoven
Ank vd Heiden	

## Nationale Wiskunde Dagen

Freudenthal Instituut

Postbus 85170, 3508 AD Utrecht

tel. 030-253 9818

e-mail: [nwd@fisme.uu.nl](mailto:nwd@fisme.uu.nl), website: [www.uu.nl/onderwijs/nationale-wiskunde-dagen](http://www.uu.nl/onderwijs/nationale-wiskunde-dagen) en

twitter: @NWDconf

De Nationale Wiskunde Dagen worden georganiseerd door het Freudenthal Instituut (Universiteit Utrecht) onder auspiciën van Platform Wiskunde Nederland (PWN) en de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren, in samenwerking met het Centrum voor Onderwijs en Leren (COLUU) van de Universiteit Utrecht.

Deze gids is ook beschikbaar in pdf op onze site. De tweecentwintigste NWD wordt gesteund door bijdragen van NH Leeuwenhorst, Texas Instruments, HP Prime en Casio



**Universiteit Utrecht**



